

TALLER DE BRICOLAJE

Relojes Proyectivos (6)

Por Francesc Clarà

Continuando con el tema de los “relojes proyectivos”, en el presente artículo describiré el reloj llamado de Vaulezard, más conocido como reloj horizontal analemático.

Actualmente es fácil encontrar este tipo de relojes como adorno de plazas o espacios públicos y están diseñados de tal forma que la persona que los consulta, situándose en un lugar determinado de su superficie según sea la época del año, hace la función de gnomon y señala la hora con su propia sombra.

La teoría de estos relojes analemáticos la presentó por primera vez el matemático francés Jean-Louis Vaulezard en un modesto opúsculo editado el año 1640.

En 1644 amplió su descripción en un libro, editado en París, titulado “Traite de l’origine, démonstration, construction et usage du cadran analemattique”.

En realidad este nuevo reloj es un miembro más de la numerosa familia de los llamados “relojes proyectivos”. En este caso se ha elegido el Cenit como dirección de proyección (**DP**) y su plano de proyección (**PP**) coincide con el horizonte local o plano horizontal.

En el dibujo de la **Figura 1** podemos comprobar que, en esta proyección, la circunferencia ecuatorial se transforma en una elipse cuyo eje mayor, orientado de Este a Oeste, es igual al diámetro de la circunferencia que la circunscribe y cuyo eje menor, orientado de Norte a Sur, varía de acuerdo con la ecuación:

$$\text{Semieje menor} = R \cdot \sin \varphi$$

de la que se deduce que la excentricidad y la forma de la elipse que configura este tipo de relojes viene determinada por la latitud del lugar para el cual han sido calculados.

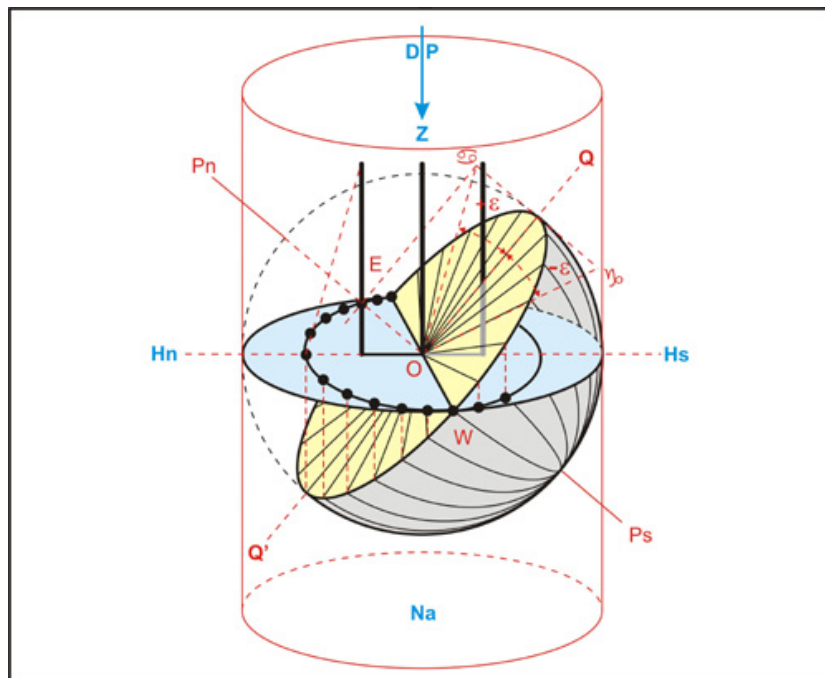


Figura 1

Así, en el caso extremo de un reloj analemático de Vaulezard calculado para los polos ($\varphi = 90^\circ$) la elipse se expandiría hasta transformarse en una circunferencia y el resultado equivaldría a un reloj ecuatorial normal.

Y en el extremo opuesto, un reloj analemático de Vaulezard calculado para el ecuador ($\varphi = 0^\circ$) la elipse se contraería hasta convertirse en una única línea recta y el resultado equivaldría a un reloj lineal como el descrito en el primero de esta serie de artículos dedicados a los relojes proyectivos.

Pero Vaulezard describe también un reloj analemático proyectado sobre un plano vertical ortomeridiano (**PP**) tomando en este caso como dirección de proyección (**DP**) el Horizonte Sur.

En la **Figura 2** he dibujado la proyección geométrica de este reloj vertical en el que también la circunferencia ecuatorial se transforma en una elipse cuyo eje mayor, orientado de Este a Oeste, es igual a la circunferencia que la circunscribe y cuyo eje menor, orientado en este caso del Zenit al Nadir, varía de acuerdo a la ecuación:

$$\text{Semieje menor} = R \cdot \cos \varphi$$

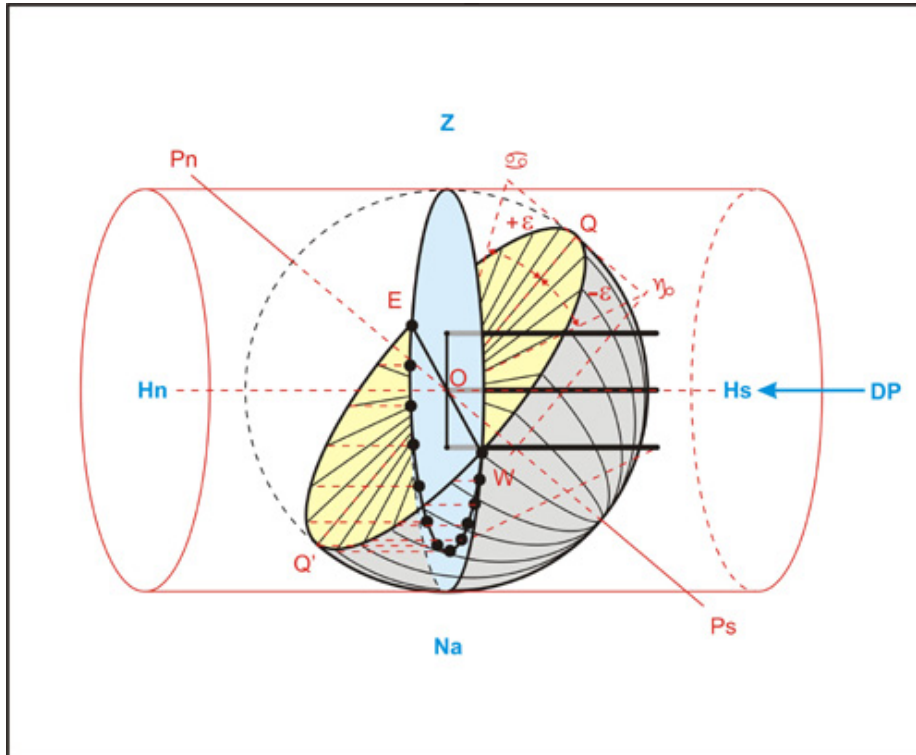


Figura 2

Las fórmulas matemáticas para el cálculo de estos dos relojes las he agrupado en el recuadro de la **Figura 3**.

| ANALEMATICOS DE VAULEZARD | |
|---|---|
| Horizontal | Vertical |
| DP = Dirección de proyección = Zenit. | DP = Dirección de Proyección = Horizonte Sur. |
| PP = Plano de proyección = Horizonte local. | PP = Plano de proyección = Vertical ortomeridiano. |
| Inclinación de gnomon = Perpendicular al horizonte | Inclinación del gnomon = Perpendicular al vertical. |
| Oh = Escala horaria = Sobre la elipse, según el acimut real (ac) en los equinoccios = $\text{tg} (ac) = \text{tg} H / \text{sen} \varphi$ | Oh = Escala horaria = Sobre la elipse, según el acimut real (ac) en los equinoccios = $\text{tg} (ac) = \text{tg} H / \text{cos} \varphi$ |
| Of = Escala de fechas = $R \cdot \text{tg} \delta / \text{cos} \varphi$ | Of = Escala de fechas = $R \cdot \text{tg} \delta / \text{sen} \varphi$ |
| L = Largo gnomon = $R \cdot \text{cos} (\varphi - \varepsilon) / \text{cos} \varepsilon$ | L = Largo gnomon = $R \cdot \text{sen} (\varphi + \varepsilon) / \text{cos} \varepsilon$ |
| <p>Como en los artículos anteriores, en estas fórmulas: R = Radio del círculo que contiene el reloj. H = Ángulos horarios ecuatoriales (15°, 30°, 45°, 60°, 75°, etc.) φ = Latitud local. ε = Oblicuidad de la eclíptica = 23,44° δ = Declinaciones solares (23'44°, 20'15°, 11'48°, etc.)</p> | |

Figura 3

En la **Figura 4** muestro los dibujos de dos relojes analemáticos de Vaulezard, uno horizontal y otro vertical, calculados para la latitud de Olot ($\varphi = 42^\circ 11' N$).

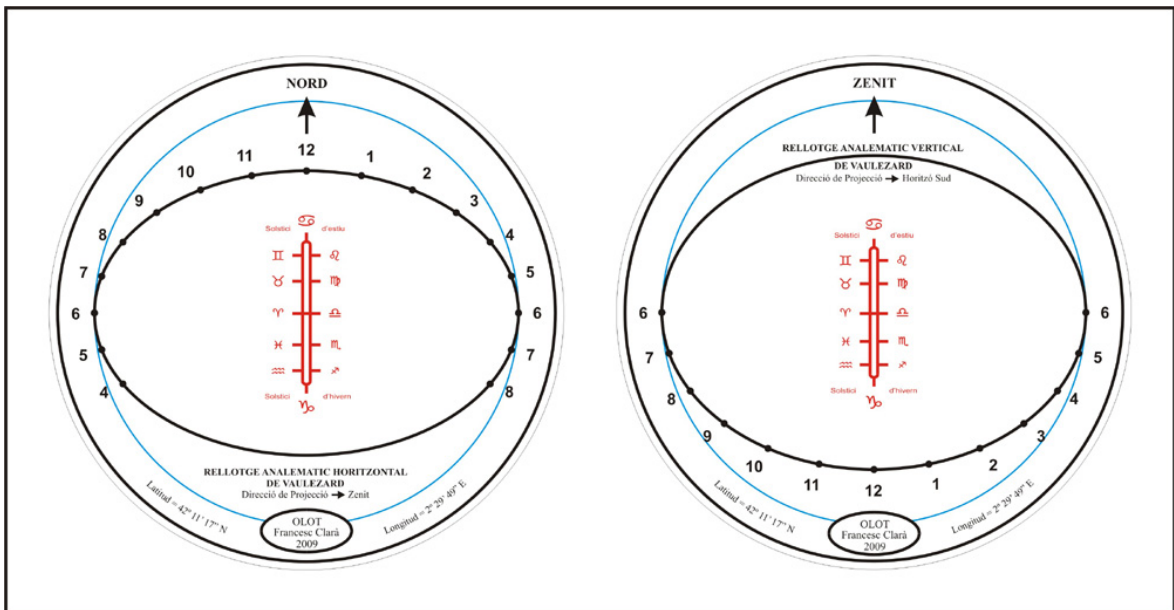


Figura 4

A partir de ellos he construido las dos maquetas que podéis ver en las fotografías de las **Figuras 5 y 6**. Estas fotografías fueron tomadas el día 21 de Agosto a las 11 horas de la mañana, horario solar.



Figura 5

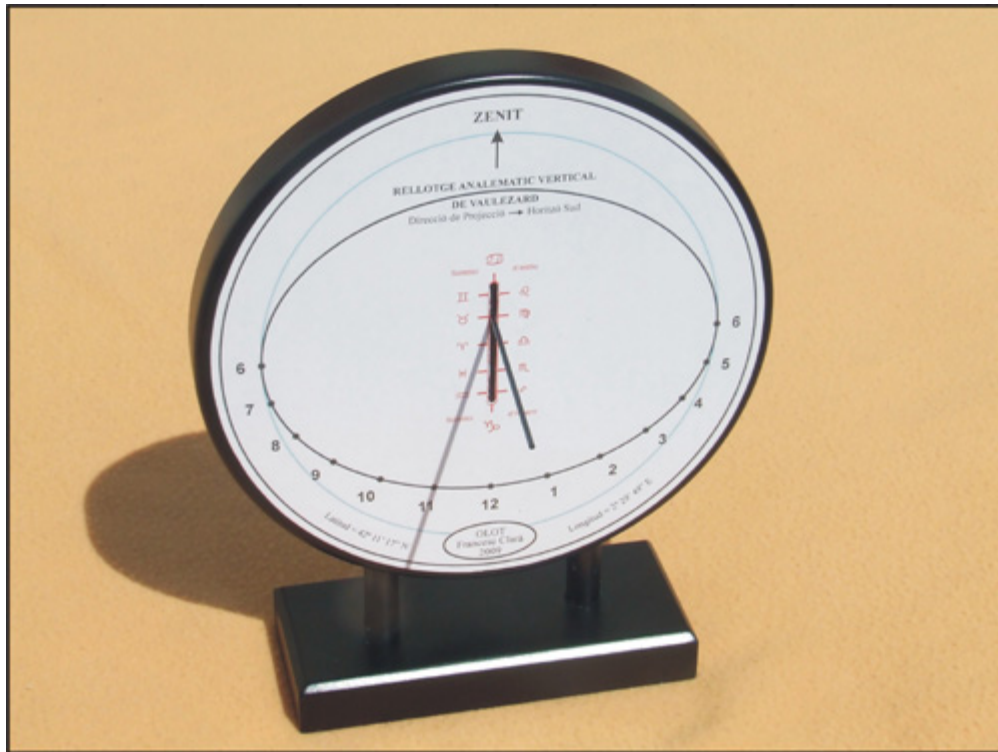


Figura 6

Naturalmente en el reloj analemático vertical sería difícil que una persona sustituyera el gnomon tal como es costumbre hacerlo en los relojes analemáticos horizontales, salvo que esta persona tuviera los poderes de Spiderman.

Y aquí termino el Taller de Bricolaje del presente número de Carpe Diem. En próximos artículos continuaré con el tema. Como siempre, confío que estos nuevos relojes proyectivos comentados hoy hayan sido de vuestro agrado.

Llegados a este punto, debo confesar que siempre me ha intrigado el calificativo de “reloj analemático” usado para designar estos relojes interactivos que, afortunadamente, cada vez con mayor frecuencia podemos admirar en espacios públicos o patios de escuelas y en los que, como ya hemos dicho, la persona que los consulta hace la función de gnomon señalando la hora con su propia sombra.

Bien es verdad que en alguno de ellos, más por razones estéticas que por justificación gnomónica, se incluye el dibujo de la analema. Ya sabemos que en esta clase de relojes, la utilidad práctica de la famosa curva (salvo para el mediodía), es más que discutible y en todo caso no es en absoluto necesaria para su cálculo teórico.

Entonces, ¿cómo se justifica llamarlos relojes analemáticos?

Solo por curiosidad, he aquí el resultado de mis averiguaciones:

Analemma (αναλεμμα) es una antigua palabra griega que etimológicamente significa apoyo o pedestal de alguna cosa y que al serlo muchas veces de un reloj de sol, con el paso del tiempo llegó a significar el propio reloj de sol en sí mismo.

Por la traducción de sus escritos al latín, sabemos que Ptolomeo utilizaba la palabra analemma para designar la representación gráfica de la esfera celeste proyectada perpendicularmente sobre el meridiano del observador, situado este a una distancia infinita al Este o al Oeste del horizonte. Ptolomeo empleaba esta representación para calcular la posición del sol a diferentes horas del día y para resolver el problema inverso (dada la posición del sol, calcular la hora), que comprende como casos particulares las horas de salida y puesta del mismo.

Mas tarde, Vitruvio da el nombre de analemma a un instrumento astronómico arreglado según el curso del sol, en el cual la longitud de la sombra proyectada al mediodía por un gnomon vertical, señalaba los meses del año o signos del zodiaco.

En la Edad Media, la palabra analema se aplicaba al procedimiento geométrico usado para el cálculo de los relojes de sol en general, procedimiento que también se utilizó para la construcción de las grandes meridianas trazadas en el suelo de muchas catedrales, en las que el punto luminoso proyectado por el sol

sobre una tira de mármol señalaba con precisión las fechas a lo largo del año, en especial los solsticios y equinoccios.

En algún diccionario antiguo he comprobado que, posteriormente, ciertos autores definían los relojes analemáticos como una clase especial de relojes de sol cuyos gnómones se desplazan a lo largo de una escala de fechas. Creo que esta es la definición que más se ajusta al sentido que aun hoy damos a la expresión “analemáticos” referida a los relojes de sol de Vaulezard.

Actualmente utilizamos la palabra analema para nombrar la curva en forma de ocho que, durante el curso del año, representa gráficamente las variaciones del horario solar verdadero con relación a nuestro horario promedio civil aunque, según la geometría, a esta curva deberíamos llamarla lemniscata, palabra latina que significa cinta o lazo.

Como veis, en el transcurso del tiempo, las palabras analema y analemático, han tenido diferentes significados, aunque todos ellos referidos siempre a conceptos relacionados con la Gnomónica o la Astronomía.

Francesc Clarà, d'Olot

