

## TALLER DE BRICOLAJE

### Relojes Proyectivos (3)

Por Francesc Clarà

Continúo con el tema de los curiosos y poco usuales relojes de sol llamados “proyectivos”.

Recordemos que estos relojes se generan a partir de una proyección cilíndrica cuya dirección de proyección es diferente de la polar, habitual en los relojes de sol “normales”.

Una opción interesante es elegir como dirección de proyección (DP) la que coincide con la bisectriz del ángulo que forma el plano del ecuador con el plano sobre el cual vayamos a proyectar el reloj (PP), ya sea este horizontal, vertical, polar, etc.

Lo interesante de esta elección es que las proyecciones resultantes son homologas con el ecuador, o sea que la distribución de las horas en los relojes proyectados coinciden con la distribución de las horas uniformemente separadas de 15 en 15 grados del reloj ecuatorial que los ha generado.

Estos relojes equiangulares, de gnomon desplazable, ya fueron descritos por el astrónomo y matemático inglés Samuel Foster (1600–1654) e independientemente, unos cien años después, por Johann Heinrich Lambert, (1728-1777) matemático, físico, astrónomo y filósofo alemán, de origen francés.

Es por esto que, en reconocimiento a su común descubrimiento, estos relojes son conocidos en los tratados de gnomónica como “proyectivos de Foster-Lambert”.

Además de su fácil ejecución, la ventaja de esta clase de relojes es que, acoplándoles un artificio que permita su rotación, resulta muy fácil corregir las desviaciones causadas por las variaciones de la ecuación del tiempo, las diferentes longitudes o el adelanto estacional, convirtiendo automáticamente la hora solar en hora oficial que puede ser leída directamente en el reloj. (Para saber más sobre este tema, ver el artículo “Un reloj de sol que señala la hora oficial”, que publiqué en el nº 4 de Carpe Diem en Marzo de 2003).

Empecemos con un ejemplo práctico y supongamos que tomamos el horizonte local como plano de proyección.

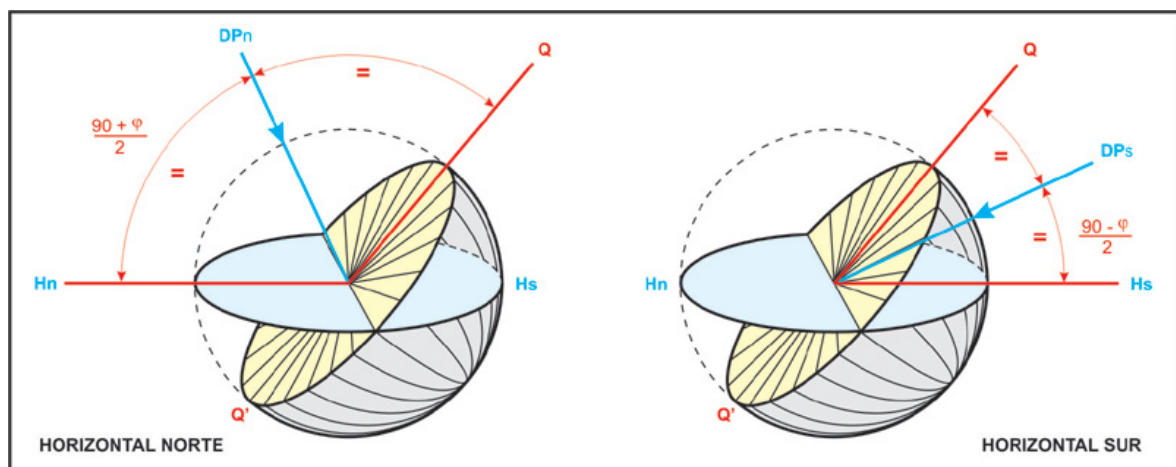


Figura 1

En la Figura 1 podemos comprobar que la opción de elegir la bisectriz del ángulo formado por el ecuador y el plano de proyección, admite dos posibilidades según consideremos la bisectriz de los ángulos que forma el ecuador (Q Q’), con el Horizonte norte (Hn) o con el Horizonte sur (Hs).

Ambas soluciones son válidas y darán lugar a dos relojes de Foster- Lambert horizontales, completamente diferentes, en ambos casos con las horas repartidas uniformemente, por ser simétrico el ecuador con los planos de los relojes, en relación a las direcciones de proyección de cada caso.

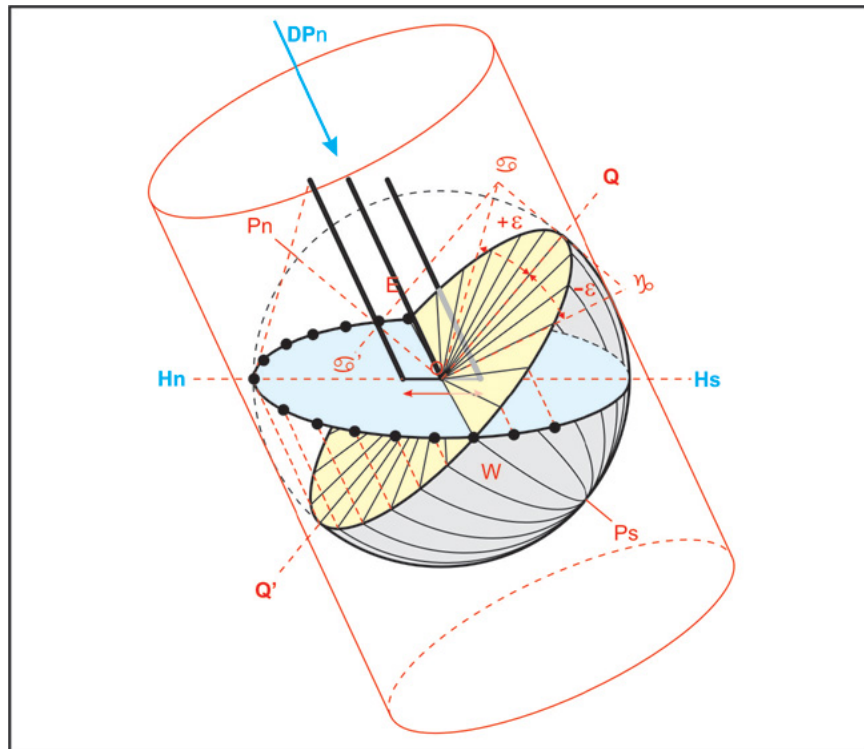


Figura 2

En las Figuras 2 y 3 se representan gráficamente estas dos proyecciones, que llamaremos, respectivamente, de Foster-Lambert Horizontal Norte y de Foster-Lambert Horizontal Sur, según sea la dirección de proyección elegida.

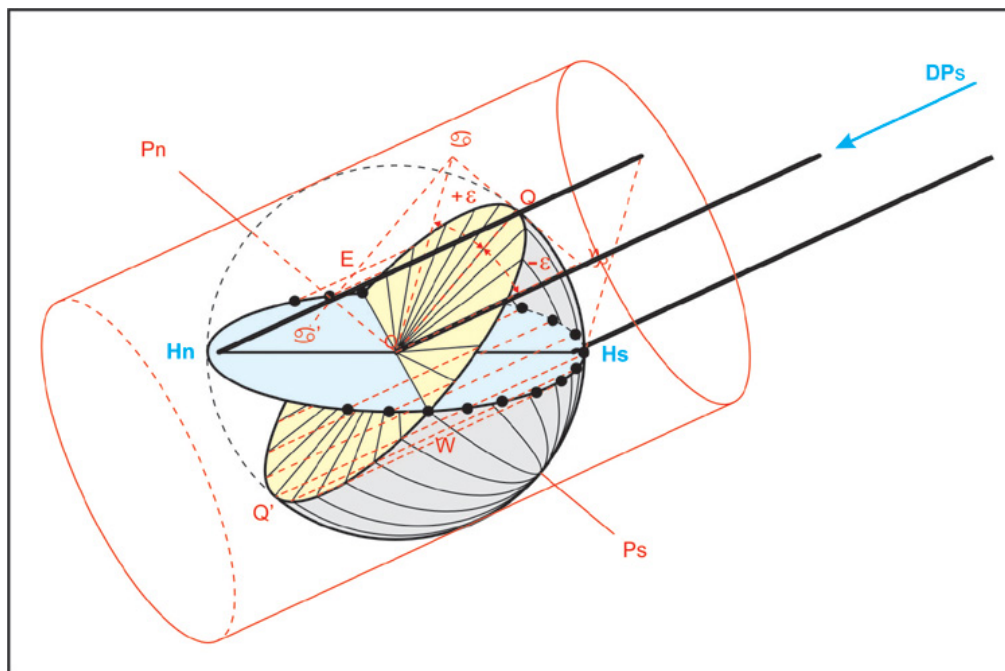


Figura 3

En la Figura 4 podemos ver dibujados los relojes resultantes de estas dos proyecciones.

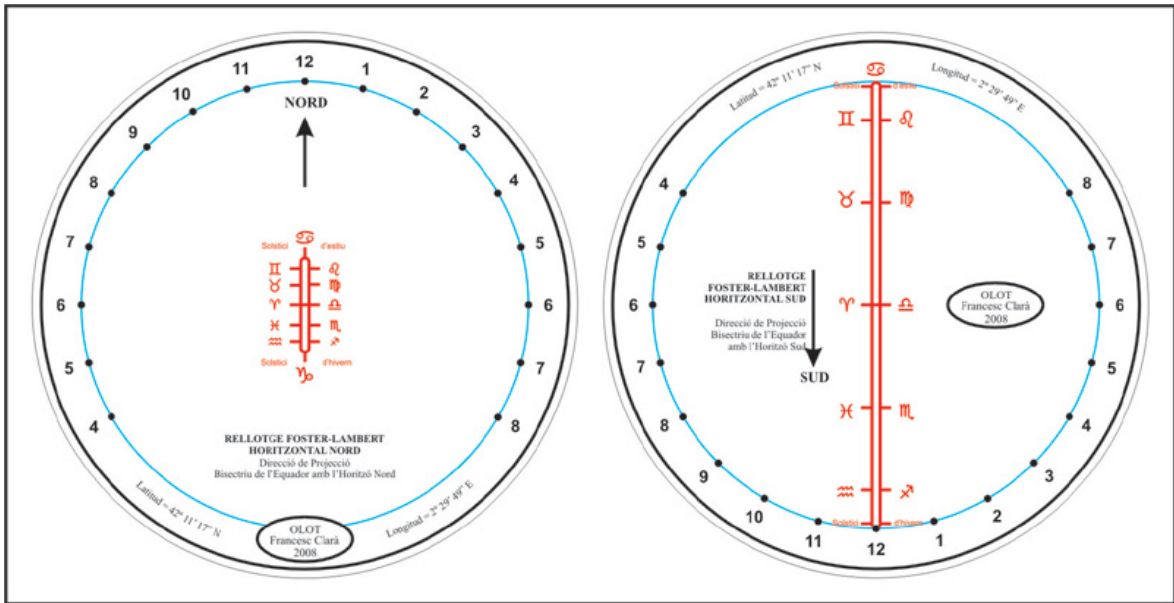


Figura 4

5. Los parámetros y ecuaciones utilizadas para su cálculo los he agrupado en el recuadro de la Figura 5.

<b>PROYECTIVOS FOSTER - LAMBERT</b>	
<b>Horizontal Norte</b>	<b>Horizontal Sur</b>
DP = Dirección de proyección = Bisectriz del ángulo formado por el plano del ecuador con el norte del plano horizontal.	DP = Dirección de Proyección = Bisectriz del ángulo formado por el plano del ecuador con el sur del plano horizontal.
PP = Plano de proyección = Horizonte local.	PP = Plano de proyección = Horizonte local.
Inclinación de gnomon = $\frac{90 + \varphi}{2}$ al Norte.	Inclinación del gnomon = $\frac{90 - \varphi}{2}$ al Sur.
Oh = Escala horaria = Distribución uniforme de las horas, de 15 en 15 grados, sobre el lado norte del círculo periférico de la superficie del reloj.	Oh = Escala horaria = Distribución uniforme de las horas, de 15 en 15 grados, sobre el lado sur del círculo periférico de la superficie del reloj.
Of = Escala de fechas = $R \cdot \text{tg } \delta \cdot \text{tg} ((90 - \varphi) / 2)$	Of = Escala de fechas = $R \cdot \text{tg } \delta / \text{tg} ((90 - \varphi) / 2)$
L = Largo gnomon = $R \cdot \cos(\varphi - \varepsilon) / \cos \varepsilon \cdot \text{sen}((90 + \varphi) / 2)$	L = Largo gnomon = $R \cdot \cos(\varphi - \varepsilon) / \cos \varepsilon \cdot \text{sen}((90 - \varphi) / 2)$
Como en los artículos anteriores, en estas fórmulas: R = Radio del círculo que contiene el reloj. $\varphi$ = Latitud local. $\varepsilon$ = Oblicuidad de la eclíptica = 23,44° $\delta$ = Declinaciones solares (23'44°, 20'15°, 11'48°, etc.)	

Figura 5

Con estas fórmulas he construido, para añadir a mi colección, dos maquetas de estos relojes Foster-Lambert, horizontales Norte y Sur, logrando el correcto deslizamiento de sus gnómones mediante el procedimiento que expliqué en el primero de esta serie de artículos sobre relojes proyectivos.

Estas maquetas las he calculado para la latitud de Olot (42° 11' N) y personalmente opino que, para esta latitud concreta, la correspondiente al Foster-Lambert horizontal Sur, quizás tenga un aspecto estéticamente poco agraciado, debido a su gnomon exageradamente largo y a que la escala de fechas tiene un desplazamiento muy considerable.

Sin embargo, estos mismos relojes calculados para una latitud cercana al ecuador, o para el hemisferio Sur, tendrían un aspecto completamente diferente.

Estética aparte, en la fotografía de la Figura 6 puede observarse como en las dos maquetas coincide la hora señalada por la sombra de sus respectivos gnomones, que previamente debemos situar, sobre la escala de fechas, en el punto que corresponda según sea la época del año.

Esta coincidencia horaria es la demostración práctica que confirma la validez de la teoría.



**Figura 6**

© *Francesc Clarà, d'Olot, 2008*